

# Markowitz para N activos en Colombia

---

INFORME FINAL DE INVESTIGACIÓN

HÉCTOR ANDRÉS ALARCÓN SÁNCHEZ  
FACULTAD DE POSTGRADOS - 2014

El propósito del estudio consiste en plantear un modelo con el propósito de crear un portafolio óptimo para un inversionista. Donde el sustento teórico del modelo proviene del modelo de media-varianza de Markowitz. Teniendo en cuenta una condición de optimización y es un ratio de (Máximo de Rentabilidad Vs. Mínimo Riesgo), donde se busca lograr la formación óptima de una cartera de activos Colombianos en renta variable, otorgándole al inversionista la información necesaria para maximizar su rentabilidad, reduciendo su riesgo de forma óptima.

“By now it is evident that MPT (modern portfolio theory), the theory first expounded by Markowitz 50 years ago, has found applications in many aspects of modern financial theory and practice. (...) Though it did take a few years to create a buzz, the late 20 and early 21 centuries saw no let-up in the spread of the application of MPT. Further, it is unlikely that its popularity will wane anytime in the near or distant future. Consequently, it seems safe to predict that MPT will occupy a permanent place in the theory and practice of finance.”<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> The legacy of modern portfolio theory – Frank Fabozzi, Francis Gupta y Harry Markowitz.

## **TABLA DE CONTENIDOS**

- 1. PRESENTACION DEL PROYECTO**
- 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**
- 3. INTRODUCCIÓN**
- 4. METODOLOGÍA**
  - 4.1. Criticas al modelo de Media-Varianza**
  - 4.2. EL problema de la selección de carteras.**
  - 4.3. Selección de Datos:**
  - 4.4. Criterios de Selección:**
    - 4.4.1. Con distintos tipos de bursatilidad:
    - 4.4.2. Con diferentes industrias:
    - 4.4.3. Diversificados por sectores:
- 5. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE PORTAFOLIO ÓPTIMO USANDO EXCEL**
- 6. RESULTADOS:**
  - 6.1. Selección de Portafolios:**
  - 6.2. Conformación de Portafolios:**
- 7. CONCLUSIONES:**
  - 7.1. Performance Anualizado de los Portafolios:**
  - 7.2. Evaluación del Riesgo asociado a los portafolios y su dinámica anual:**
  - 7.3. Riesgo Vs. Rentabilidad**
- 8. REFERENCIAS:**
  - 8.1. BIBLIOGRAFICAS**
  - 8.2. BASES DE DATOS**
  - 8.3. INTERNET**

## 1. PRESENTACION

Cuando el inversionista decide optimizar un portafolio, o sea hallar el equilibrio perfecto que mejora su rentabilidad con un escenario de riesgo dado, a fin de obtener la mejor idea de cuánto debe invertir de cada empresa para configurar su cartera ideal, - hecho que típicamente se logra con el modelo de media-varianza de Markowitz-, es cuando se aunan los propósitos de este estudio para robustecer aún más el resultado, probándolo con parámetros de anualización y posterior evaluación, con el objetivo único que es el de corroborar lo óptimo de su resultado, evaluándolo a lo largo de los años y a su vez, probando las estrategias subsiguientes bajo el supuesto de optimalidad con sus respectivos, rebalanceo (o reconfiguración anual de portafolio, o de cuánto o cómo debe mover su posición de activos), demostrando la funcionalidad y practicidad del modelo propuesto, con los activos propuestos y en los horizontes de tiempo predeterminados.

El desarrollo de la investigación, junto con los resultados obtenidos, es de suma importancia, porque sugieren una generalización particular del problema de Markowitz a condiciones más realistas del mercado y de forma comprobada.

Para llevar a cabo el desarrollo del trabajo, se utilizará la siguiente estrategia técnica:

- Se planteará en un ejemplo concreto de una cartera de activos la cual, con el nuevo modelo deberá resolver la condición de optimalidad como un problema de optimización preciso, donde ceñido a unas condiciones o restricciones como: la maximización de la rentabilidad, la minimización del riesgo, y el ratio riesgo/retorno, deberá encontrar la cartera ideal para cada periodo anual.
- Para demostrar que hemos llegado al óptimo global, consideraremos todas las combinaciones de  $k$  acciones del total de  $n$ . Donde para cada combinación se resolverá el portafolio de Markowitz, lo que nos dará un óptimo para cada combinación. Luego se escogerá el "First Best" o de mejor rendimiento, dentro de todas las combinaciones óptimas posibles.
- Al encontrar el portafolio óptimo, se anualizara y se comprobara cada portafolio vs el del año siguiente para determinar su funcionalidad, así se demostrara que la opción evaluada cumple con la condición de mínimo riesgo.
- Se demostrara que el portafolio y sus rebalanceos anuales son los óptimos y cumplen con todos los criterios de evaluación, funcionamiento, optimización y sobre todo de rentabilidad.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA<sup>2</sup>

En años anteriores entidades como el Banco de República en su libro Regulación del Mercado de Capitales y el Congreso de la República, por medio de la Ley 964 de 2005, publicaron regulaciones con el fin de establecer un Marco Jurídico y Normativo para el adecuado uso del Mercado Accionario y los procedimientos y directrices a utilizar, para hacer parte del extenso y dispendioso sector del Mercado de Capitales.

Autores como Robinson y Urrutia (2007) en su ejemplar, llamado "Economía Colombiana del Siglo XX, Un Análisis Cuantitativo"<sup>3</sup> y Zuluaga y Arbeláez (2002) en su libro "El Mercado de Capitales Colombiano en los Noventa"<sup>4</sup>, establecieron sustanciosas investigaciones que han servido como base de referencia, para que las personas interesadas en esta clase de mercado, tengan una seguridad razonable del rumbo que van a tomar sus negocios y los posibles riesgos y oportunidades a los cuales se enfrentaran.

Por otro lado, en Colombia existen numerosas Publicaciones tales como la Revista Dinero o Periódicos como La Republica, que en sus columnas aluden a los diferentes acontecimientos en materia de Economía y Finanzas, y se refieren a las principales compañías presentes en el Mercado Accionario. Existen, además, diarios y medios electrónicos que publican los índices y precios de acciones y divulgan las diferentes formas de practicar las negociaciones en el Mercado de Valores identificando, analizando y concluyendo sobre los avances en materia de Mercado Accionario, que deben tenerse en cuenta a la hora de invertir.

La mayoría de los conceptos de inversión en Colombia, para un sólo periodo de tiempo, están enmarcados en el modelo de optimización media-varianza de Markowitz, aunque existen desarrollos recientes como los modelos VaR (valor en riesgo).

El presente trabajo, ofrece un primer paso a la generalización del modelo de media-varianza para un mercado en que los inversionistas, especialmente las personas naturales, suelen tener posiciones en solo un subconjunto, del conjunto total de acciones líquidas.

No obstante para la generación de contenidos y conclusiones de calidad, se hizo una selección previa de los activos a ser parte de los criterios de optimización y selección, los cuales contribuyen a la credibilidad técnica de las respuestas y sus sucesivas sugerencias, en el tema de la formación de carteras óptimas, todo gracias al programa ECONOMATICA, el cual con base en criterios de liquidez, presencia en mercados, volúmenes de transacción e histórico de precios, realizo un filtro, brindando las mejores especies para realizar el ejercicio, los que serán expuestos con mayor detalle más adelante.

---

<sup>2</sup> EDWAR ARTURO ZAPATA PEREZ - PORTAFOLIO ÓPTIMO EN EL MODELO DE MEDIA-VARIANZA DE MARKOWITZ BAJO UNA CONDICIÓN DE CARDINALIDAD. UNIVERSIDAD DEL VALLE 2013

<sup>3</sup> OBINSON, James; URRUTIA Miguel. Economía Colombiana del siglo XX un análisis cuantitativo. Primera Edición. Bogotá: 2007. p. 239-308.

<sup>4</sup> ARBELÁEZ, María Angélica; ZULUAGA, Sandra; GUERRA, María Lucia. El mercado de Capitales Colombiano en los Noventa y las firmas comisionistas de Bolsa. Bogotá: Alfa Omega Grupo Editor, 2002.

### 3. INTRODUCCIÓN

Inversionistas de todo el mundo, se encuentran enfrentados permanentemente al proceso de toma de decisiones con base en herramientas de pronóstico matemático, de métodos intuitivos, y análisis macroeconómicos. Pero sin importar el método utilizado, los inversionistas siempre toman sus decisiones de inversión con el objetivo de:

1. Maximizar la rentabilidad, asumiendo un dado nivel de riesgo.
2. Minimizar el riesgo, con la máxima rentabilidad posible.

Es en estos Mercados Financieros donde los inversionistas buscan satisfacer estas dos condiciones, las cuales al mismo tiempo no son tarea fácil, ya que el mercado, generalmente, otorga mayor rentabilidad en activos con un mayor riesgo y viceversa. Así pues la selección adecuada de una inversión se constituye en el mundo de las finanzas como una estrategia de administración eficiente que relaciona varios factores claves, como: <sup>5</sup>

1. El nivel de riesgo asumido por un inversionista,
2. La determinación de las alternativas en los activos,
3. Sus respectivas ponderaciones, se destacan como las variables más relevantes.

Sin embargo, para la colocación de una inversión más segura, es necesario tener en cuenta variables adicionales como: el riesgo de mercado, el grado de liquidez de los activos, y situación económica del sector donde se realizará la operación, entre otras.

En general, se puede decir que la Administración de Portafolios de Inversión consiste en mezclar diferentes activos financieros para obtener la combinación riesgo-retorno que satisfaga las necesidades del inversionista, es decir, se trata de un método que permita diversificar la inversión para reducir el riesgo, lo cual se logra al repartir el capital del inversionista entre diferentes activos y seleccionar el portafolio óptimo, que no es otro que aquel, que cuando se tiene un conjunto de  $n$  activos, cuya rentabilidad esperada (calculada como el valor medio de los rendimientos históricos) y riesgo (calculado como la desviación estándar de los rendimientos históricos) se conocen, hacen posible formar un número infinito de portafolios.

Afortunadamente, un inversionista no necesita evaluar todas esas alternativas para elegir su portafolio óptimo, puesto que lo elegirá del conjunto de portafolios que ofrecen un rendimiento esperado máximo, para niveles variables de riesgo y un riesgo mínimo, para niveles variables de rendimiento esperado. (Markowitz, 1952).

---

<sup>5</sup> Gloria Lucía Ramírez Córdoba y Claudia Patricia Fernández Echeverri, Estructuración de portafolios de acciones en el mercado de valores de Hong Kong - Revista Soluciones de Postgrado EIA, Número 2. p. 39-55. Medellín, junio de 2008

#### 4. METODOLOGÍA

El objetivo principal es, que disponiendo de una gran cantidad de activos con distintos rendimientos esperados y riesgos, se puedan elegir las mejores combinaciones de los mismos, es decir, las mejores carteras.

Y ello se lograra a través de la Teoría de Selección de Portafolios (*Portfolio Selection Theory*), desarrollada por Harry Markowitz (Premio Nobel en 1.990) durante la década de los años cincuenta<sup>6</sup>. Su trabajo es la primera formalización matemática de la idea de la diversificación de inversiones, es decir, el riesgo puede reducirse sin cambiar el rendimiento esperado de la cartera<sup>7</sup>. Para lo cual se requieren los siguientes supuestos básicos del Modelo:

1. El rendimiento de cualquier título o cartera es descrito por una variable aleatoria subjetiva, cuya distribución de probabilidad, para el período de referencia, es conocida por el inversor. El *rendimiento* del título o cartera será medido a través de su *esperanza matemática*.
2. El *riesgo* de un título, o cartera, viene medido por la *varianza* (o *desviación típica*) de la variable aleatoria representativa de su rendimiento<sup>8</sup>.
3. El inversor preferirá aquellos activos financieros que tengan un mayor rendimiento para un riesgo dado, o un menor riesgo para un rendimiento conocido. A esta regla de decisión se la llama *Conducta Racional del Inversor*.

Esta teoría, trata de buscar primordialmente, cuáles son las carteras que proporcionan el mayor rendimiento para un riesgo dado, al mismo tiempo que soportan el mínimo riesgo para un rendimiento conocido. Estas carteras se llaman *eficientes*<sup>9</sup>.

El conjunto de carteras eficientes se puede determinar resolviendo los programas cuadráticos y paramétricos:

	Programa 1	Programa 2
<b>Función objetivo</b>	$\text{Max } E_p = \sum_{i=1}^{i=n} x_i E_i$	$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} x_i x_j \sigma_{ij}$
<b>Restricciones paramétricas</b>	$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} x_i x_j \sigma_{ij} = V^*$	$E_p = \sum_{i=1}^{i=n} x_i E_i = E^*$
<b>Restricciones presupuestarias</b>	$\sum_{i=1}^{i=n} x_i = 1$	$\sum_{i=1}^{i=n} x_i = 1$
<b>No negatividad</b>	$\forall x_i \geq 0$	$\forall x_i \geq 0$

Fig.5 Programas cuadráticos y paramétricos de la Teoría de Selección de Carteras

En dicha figura  $E^*$  y  $V^*$  son los parámetros que varían (de ahí que la programación se denomine *paramétrica*), lo que implica ir dándole valores a ambas variables para que el programa nos diga en todo momento, cuál es la mejor cartera para cada valor de ambas variables. Por lo tanto, el resultado de ambos programas será el conjunto de Carteras Eficientes.

<sup>6</sup> Harry Markowitz publicó su artículo "Portfolio Selection", *Journal of Finance* vol VII, nº 1. pp: 77-91 en marzo de 1952 a la edad de 25 años, la comunidad académica tardó diez años en darse cuenta de sus implicaciones y la financiera otros diez más. 38 años después de su publicación, en 1990, Markowitz obtuvo el Premio Nobel.

<sup>7</sup> Esto no es exacto. En 1940 -12 años antes de que apareciera publicado el artículo de Markowitz- el matemático y actuario italiano Bruno de Finetti proponía en un trabajo de unas 90 páginas el análisis de la media/varianza para optimizar la combinación rendimiento-riesgo de las carteras de valores. El mundo académico anglosajón tuvo conocimiento oficial de este trabajo en 2006 (véase Rubinstein, Mark (2006): "Bruno de Finetti and Mean-Variance Portfolio Selection". *Journal of Investment Management* vol 4 nº 3 sept.

<sup>8</sup> Debido a que se utiliza el rendimiento esperado y la varianza de los títulos y carteras a este modelo también se le conoce como "modelo media-varianza"

<sup>9</sup> Porque "eficiencia" –término tomado de la ingeniería- significa maximizar el *output* para un *input* dado o minimizar éste último para un *output* dado. Aquí el *output* es el rendimiento esperado y el *input* el riesgo.

Probablemente el aspecto más importante del trabajo de Markowitz, fue mostrar que no es el riesgo de un activo (medido por la varianza de sus rendimientos) lo que debe importar al inversor sino la contribución que dicho activo hace al riesgo (varianza) de la cartera. Esto es una cuestión de su covarianza con respecto al resto de los títulos que componen la cartera. De hecho, el riesgo de una cartera depende de la covarianza de los activos que la componen y no del riesgo promedio de los mismos.

De esta manera la decisión de poseer un Título o Activo Financiero, no debe tomarse únicamente comparando su rendimiento esperado y su varianza con respecto a los otros, sino que depende de los otros activos que desee poseer. En resumen, los activos no deben valorarse de forma aislada sino en conjunto. Esta idea es hoy, aceptada universalmente por los Administradores de Fondos.

**4.1. Las críticas al modelo media-varianza:** Una vez que la comunidad académica fue consciente de la revolución causada por la idea expuesta por Markowitz, comenzó a analizarla pormenorizadamente buscando sus puntos débiles.

Las principales críticas al modelo son:

- a) ¿Los inversores son tan racionales como supone el modelo? Puede que los inversores sean racionales, pero puede que su racionalidad no sea capturada adecuadamente por el modelo<sup>10</sup>.
- b) ¿Es la Varianza la medida adecuada del riesgo? De no serlo, el Modelo de Optimización de la combinación rendimiento-riesgo, aún podría seguir siendo útil cambiando la forma de medir el riesgo. Si los rendimientos no se distribuyen exactamente de forma "normal", la varianza no capturará todo el valor del riesgo. Puede que para los inversores esto resultase ser un problema (para otros no lo será) e implicaría la necesidad de desarrollar otro tipo de estrategias.
- c) ¿Qué ocurriría si la relación positiva del rendimiento y el riesgo no fuese tal?

A pesar de las críticas a la Teoría de la Selección de Carteras de Markowitz su contribución ha sido fundamental. Gracias a él, la diversificación se ha convertido en una especie de religión entre los inversores.

#### **4.2. EL problema de la selección de carteras:**

El problema de la selección de carteras es básico en la economía de las denominadas Empresas Financieras (Bancos, entidades de Seguros, de Ahorro, Capitalización, Fondos de inversiones, etc.).

Brevemente, podría describirse así:

Supongamos un Inversor que dispone de unos Recursos Líquidos. Ante las diferentes opciones de inversión pretende seleccionar la combinación óptima, que decimos constituye su cartera de inversiones óptima. La composición de la cartera de inversiones óptima, dependerá de las preferencias del inversor considerado y de los rendimientos de las diferentes opciones de inversión. A los rendimientos de una cierta inversión, admitiremos que será posible asociarle una variable aleatoria, con función de distribución  $F(x)$ .



La condición de aleatoriedad que se le asigna como riesgo es la varianza, la cual se puede entender como el Rendimiento Efectivo que difiere del Rendimiento Esperado. Cuando se llevan a cabo dos opciones de inversión, la Covarianza de la Distribución Conjunta de los Rendimientos, es una medida de la correlación entre las variables “rendimientos”, correspondientes a una y otra opción de inversión. Una Covarianza positiva implica que los rendimientos de las dos opciones varían en el mismo sentido, lo cual aumenta el riesgo de grandes fluctuaciones en el riesgo total.

Ahora bien, la Teoría Moderna de Selección de Portafolios, se basa principalmente en la diversificación; concepto fundamental para la construcción de portafolios óptimos, es decir, la conformación de combinaciones de activos con las mejores relaciones de riesgo-retorno. Dicho riesgo implícito en el portafolio, es evaluado por medio de la estimación de la varianza de los rendimientos esperados asociados con los activos que conforman el mismo.

Por lo anterior, “la varianza continúa siendo la opción más frecuente para la medición del riesgo en el problema de optimización de portafolios. Sin embargo para resolver el problema, en la práctica es necesario estimar la Covarianza de las Rentabilidades de los Activos.”<sup>10</sup> Con las herramientas disponibles, se construye un Modelo que configura portafolios óptimos utilizando la herramienta Excel y sus algoritmos de optimización “solver”.

El modelo que se ha elaborado permite trabajar con múltiples activos. Para este ejercicio de investigación se desarrolla una aplicación con 9 acciones, liquidas y representativas del Mercado, con el histórico suficiente y requerido para el análisis, además de un criterio de selección extra y es la participación de los activos en la correspondiente Rueda de Negociación o lo que se denomina Presencia en Pantalla<sup>11</sup>. Formando un Portafolio que a lo largo del tiempo que se re balancea cada año en promedio, muestra la mayor ganancia o la menor pérdida posible, de forma eficiente, en un mercado imperfecto.

**4.3. Selección de Datos:** Con el propósito de encontrar o demostrar la mejor opción de selección de portafolio posible, sujeto a las condiciones del mercado de Renta Variable Local.

Nombre	Clase	Pais Sede	Codigo	Particip en el indice	Retorno del cierre de 31Dec13 hasta 31Jul14 en moneda orig ajust p/var cap	Presencia 31Jul14 5 años	Crear columna
1 Bancolombia	Pref	COL	PFBCOLOM	13,74	26,28	100,08	
2 Grupo Argos	Ord	COL	GRUPOAR...	10,12	17,79	100,08	
3 Cementos Argos	Ord	COL	CEMARGOS	0,000	15,40	99,59	
4 Isa Interconex Elec	Ord	COL	ISA	3,571	4,36	100,00	
5 Exito	Ord	COL	EXITO	5,535	3,34	100,08	
6 Isagen S.A. Esp	Ord	COL	ISAGEN	2,737	2,29	100,00	
7 Banco Bogota	Ord	COL	BOGOTA	2,675	-1,23	99,59	
8 Corficol C.F.	Ord	COL	CORFICOL...	3,222	-2,00	100,08	
9 Ecopetrol	Ord	COL	ECOPETROL	15,81	-6,45	100,08	

<sup>10</sup> Andrés Puerta y Henry Laniado - Diseño de estrategias óptimas para la selección de portafolios, un análisis de la ponderación inversa al riesgo PIR), Lecturas de Economía - No. 73. Medellín, julio-diciembre 2010

<sup>11</sup> Herramienta y base de datos, obtenida en la plataforma ECONOMATICA.

En el intento de configurar un portafolio de N activos, donde  $N=9$ , sujeto a un nivel de riesgo definido y establecido por el inversionista, el cual goza de la característica de ser racional y que conoce las posibles pérdidas asociadas al tipo de activo y características del mercado; se busca maximizar su beneficio, minimizar sus pérdidas y optimizar esta relación, sujeto a una cantidad limitada de recursos monetarios. Dadas las condiciones anteriores, se procede a estructurar un ejercicio, el cual dentro del periodo de 2010-2014, para el mercado de Renta Variable Colombiano, busca maximizar ganancias y disminuir las pérdidas, en una serie de decisiones de portafolio. El cual:

1. Se re-balancea periódicamente,
2. Donde cada periodo representa un año,

Toda la propuesta se sustenta bajo el esquema de portafolios de Markowitz, y donde el ejercicio de optimización es realizado por el algoritmo Solver. "Microsoft Excel Solver utiliza el algoritmo generalizado reducido degradado (GRG2) para optimizar los problemas no lineales. Utiliza métodos numéricos iterativos que implican "conectar" los valores de prueba para las celdas ajustables y observando los resultados calculados por las celdas de la restricción y la celda óptima; cada ensayo se llama (iteración)" <sup>12</sup>

Para este ejercicio en particular, se eligieron 9 activos líquidos representativos de la canasta del ColCap, que es un indicador que refleja las variaciones de los precios de las 20 acciones más liquidas de la Bolsa de Valores de Colombia, además de los siguientes criterios de selección:

1. Record de información  $\geq 4$  años
2. Presencia en el mercado  $\geq$  al 99%
3. Para la consecución de la información y datos de los activos; como fuente, se optó por la plataforma ECONOMATICA.

"Diversificar no es sólo repartir las inversiones entre distintos activos por prudencia o incertidumbre sobre su rentabilidad futura, sino que es sobre todo reducir el riesgo conjunto de una cartera para un nivel de rendimiento dado."<sup>13</sup> Aunque la diversificación consigue disminuciones de riesgo, éste no queda totalmente eliminado; por eso mismo se configura un portafolio óptimo, donde se logre incorporar y demostrar cual es la mejor alternativa de riesgo/rentabilidad, con el propósito de reducir el riesgo asumido y lograr el conjunto de sus objetivos.

Así mismo para la formación de los portafolios de este ejercicio, y discriminado por las condiciones anteriormente mencionadas, se optó por los siguientes activos:

- 1- PFBCOLOM
- 2- GRUPOARGOS
- 3- CEMARGOS
- 4- ISA
- 5- EXITO
- 6- ISAGEN
- 7- BOGOTA
- 8- CORFICOLCF
- 9- ECOPETROL

---

<sup>12</sup> <http://support.microsoft.com/kb/82890/es>

<sup>13</sup> <https://www.activobank.com/applic/cms/jsps/activo/es>

## 4.2 Por Criterios de Selección:

- 4.2.1 **Con distintos tipos de bursatilidad:** Aunque todas pertenecen al grupo más líquido del Colcap, no todas tienen las mismas condiciones de bursatilidad.
- 4.2.2 **Con diferentes industrias:** Segmentos económicos con distintos niveles de riesgo, rentabilidad y liquidez: acciones de distintos segmentos, de diferentes emisores y con distintos prospectos de inversión.
- 4.2.3 **Diversificados por sectores:** Según los ciclos económicos, unos sectores de actividad tienen más éxito que otros. Por ejemplo, durante épocas de recesión lo normal es que las empresas que producen bienes de primera necesidad (alimentos, energía) sufran menos que las empresas de construcción o las tecnológicas.
  - 4.2.3.1 Sin embargo, si la economía va bien, estas últimas pueden prosperar mucho, y sus acciones pueden producir una rentabilidad superior a la media.
  - 4.2.3.2 Mantener títulos de empresas de diferentes sectores evita que la posible crisis de un sector afecte a toda la cartera.

Originada por Harry Markowitz, autor de un artículo sobre selección de cartera publicado en 1952, la Teoría Moderna de la Selección de Cartera (modern portfolio theory) propone que “el inversor debe abordar la cartera como un todo, estudiando las características de riesgo y retorno global, en lugar de escoger valores individuales en virtud del retorno esperado de cada valor en particular. La teoría de selección de cartera toma en consideración el retorno esperado a largo plazo y la volatilidad esperada en el corto plazo. Dónde:

- 4.2.4 La volatilidad se trata como un factor de riesgo, y la Cartera se conforma en virtud de la tolerancia al riesgo de cada inversor en particular.
- 4.2.5 En su modelo Markowitz, establece que los inversionistas tienen una conducta racional a la hora de seleccionar su Cartera de Inversión y por lo tanto siempre buscan obtener la máxima rentabilidad sin tener que asumir un alto nivel de riesgo.
- 4.2.6 Para poder integrar una cartera de inversión equilibrada lo más importante es la diversificación ya que de esta forma se reduce la variación de los precios. La idea de la cartera es, entonces, diversificar las inversiones en diferentes mercados y plazos para así, disminuir las fluctuaciones en la rentabilidad total de la cartera y por lo tanto también del riesgo.

Por lo anterior, el propósito del siguiente documento es la construcción y aplicación de un Modelo de optimización “SOLVER” con método de ejecución (GNC nonlinear), para problemas de optimización no lineales suavizados.

Sujetos a las siguientes restricciones:

- I. Minimizar el Riesgo del Portafolio
- II. Maximizar el Ratio entre Riesgo/Retorno (Coeficiente de Variación)

## 5. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO DE PORTAFOLIO ÓPTIMO USANDO EXCEL<sup>14</sup>

- 5.1. Se calcula la Rentabilidad de forma diaria  $R_t$ , por cada activo  $k$ , con base en los precios; donde  $t$  representa el día específico de cotización del activo,  $P_t$  representa el precio del activo en el día  $t$  y  $P_{t-1}$  representa el precio del activo del día hábil inmediatamente anterior al día  $t$ :

$$R(t) = \text{Ln} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

- 5.2. Se calcula el Rendimiento promedio de cada activo: donde  $R_i$ , es el rendimiento del activo  $i$  en el periodo  $t$  y  $T$  es el número de periodos que se analizan.

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^T R_t}{T}$$

Hasta este momento, se tendría una matriz de información de rendimientos promedio  $\bar{R}_k 1 \times m$  donde  $m$  representa el número de activos riesgosos que se han elegido ( $m=9$ ) para hacer parte del conjunto de posibilidades de inversión, dentro de la estructuración de los diferentes portafolios ( $\bar{R}_{1,1} \bar{R}_{1,2} \dots \bar{R}_{1,6}$ )

- 5.3. El riesgo de cada activo, medido como la desviación estándar o varianza de la rentabilidad; que está dada por:

$$S^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - E(R_i))^2$$

- 5.4. La covarianza entre los diferentes activos, la cual representa una medida de la tendencia de los rendimientos a moverse en la misma dirección y se obtiene mediante la ecuación:

Si las entradas del vector-columna

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$

Son variables aleatorias, cada una con varianza finita, entonces la matriz de covarianza

---

<sup>14</sup> Guillermo Buenaventura Vera, "Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso Colombiano", 24-5-2005.

- La  $\Sigma$  es la matriz cuya entrada (i, j) es la covarianza:

$$\Sigma_{ij} = E[(X_i - \mu_i)(X_j - \mu_j)], \text{ Donde, } \mu_i = E(X_i)$$

Es el valor esperado de la entrada i-ésima del vector X. En otras palabras, tenemos

$$\Sigma = \begin{bmatrix} E[(X_1 - \mu_1)(X_1 - \mu_1)] & E[(X_1 - \mu_1)(X_2 - \mu_2)] & \cdots & E[(X_1 - \mu_1)(X_n - \mu_n)] \\ E[(X_2 - \mu_2)(X_1 - \mu_1)] & E[(X_2 - \mu_2)(X_2 - \mu_2)] & \cdots & E[(X_2 - \mu_2)(X_n - \mu_n)] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[(X_n - \mu_n)(X_1 - \mu_1)] & E[(X_n - \mu_n)(X_2 - \mu_2)] & \cdots & E[(X_n - \mu_n)(X_n - \mu_n)] \end{bmatrix}.$$

Como una generalización de la varianza, La anterior definición es equivalente a la igualdad matricial

$$cov_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T [R_{it} - E(R_i)][R_{jt} - E(R_j)]}{T}$$

5.5. La rentabilidad esperada del portafolio P se obtiene así:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i)$$

Donde  $W_i$  es el peso de cada activo en el portafolio, y  $n$  es el número de activos que participan en el portafolio, teniendo una restricción presupuestaria:

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

Y el vector solución  $W$ , cuyos  $n$  componentes son las proporciones  $W_i$  correspondientes a la fracción de la inversión del portafolio que corresponde a cada uno de los activos, para conformar un portafolio cuyo rendimiento esperado es  $E(RP)$  y cuyo riesgo global es mínimo.

- 5.6. El paso siguiente es pegar la información de la matriz de covarianzas; para facilitar los cálculos posteriores se debe trabajar con la matriz completa, la diagonal de la matriz de correlaciones es la varianza de cada uno de los activos.

Y para calcular el riesgo de los diferentes portafolios se usa la fórmula general:

$$\sigma_p = \left[ \sum_i \sum_j X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{1/2}$$

Para el caso del modelo, la suma-producto será el cálculo del riesgo.

- 5.7. Para calcular la rentabilidad del portafolio se utiliza la fórmula:

$$R_p = \sum_i X_i R_i$$

La suma-producto logra calcular la rentabilidad esperada del portafolio.

- 5.8. Utilizando la herramienta "Solver" se pueden modelar, ajustar y evaluar los parámetros anteriores para calcular la composición de los distintos portafolios óptimos, ejecutados y optimizados bajo los siguientes parámetros y criterios de evaluación:

Celdas Objetivo:

- Minimizar el Riesgo del Portafolio Optimo
- Maximizar el Ratio entre Riesgo/Retorno (Coeficiente de Variación)

Cambiando las celdas:

- Donde se ubican los activos elegibles para conformar el portafolio óptimo, en un periodo de tiempo definido de un año por tramo,
- Con el propósito posterior de evaluar su performance o rentabilidad y rebalancearse para aprovechar al máximo todos los movimientos de mercado posibles en las composiciones sugeridas por tramo y obtener máxima rentabilidad. (Las celdas definirán los diferentes pesos de cada activo, formando el portafolio optimo).

Con las Restricciones:

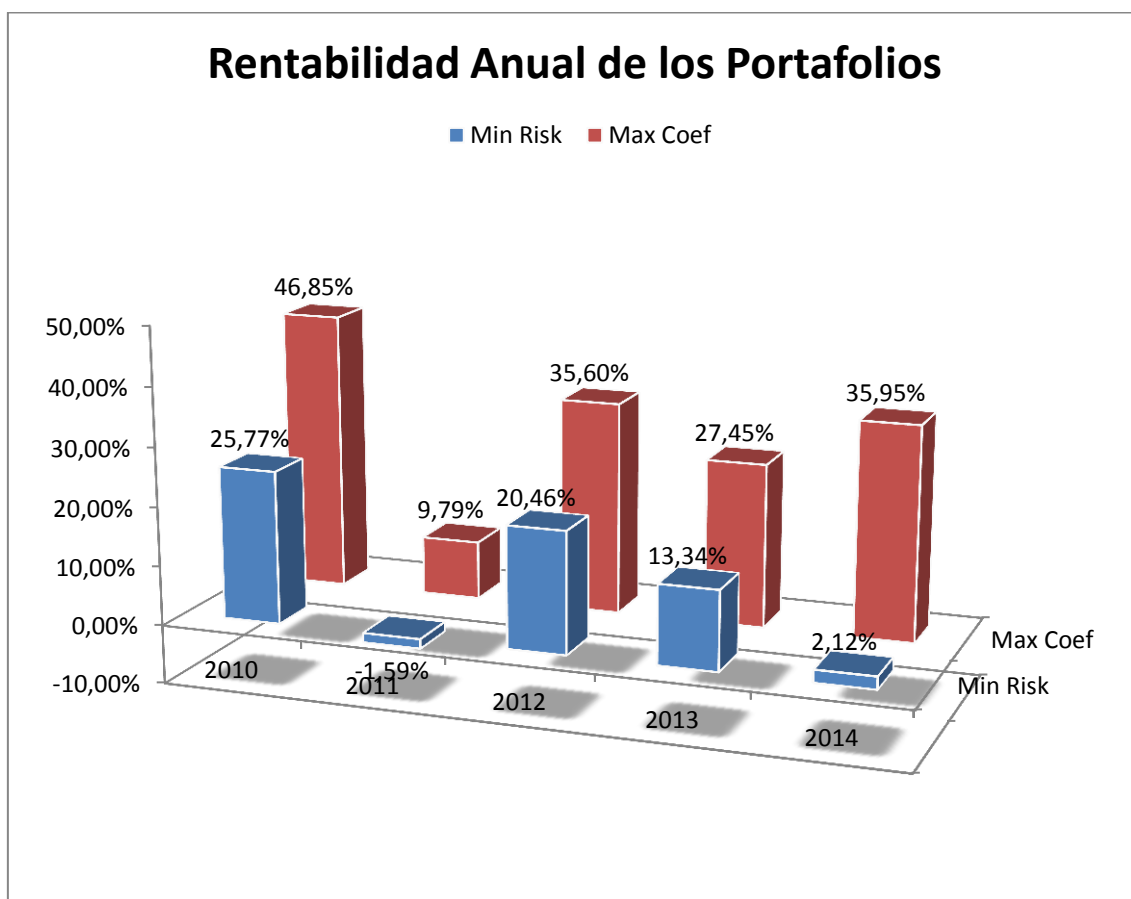
- No se permiten operaciones apalancadas, por lo tanto, la suma de los pesos debe ser igual a 1
- Las ventas en corto no son permitidas, por lo tanto, los pesos deben ser mayores o iguales a cero

## 6. RESULTADOS:

- Tramo = 243 observaciones (promedio)
- Número de Tramos = 5 / 1 por año (2010 – 2014)
- Resultados = 2 portafolios óptimos por tramo,
  - a. 1 portafolio optimo donde se optimizan las series y portafolios sujetos a una restricción que es la minimización del riesgo
  - b. Otro portafolio donde la restricción es la maximización del coeficiente de cambio, asociado a su Rentabilidad.

### 6.1. Selección de Portafolios:

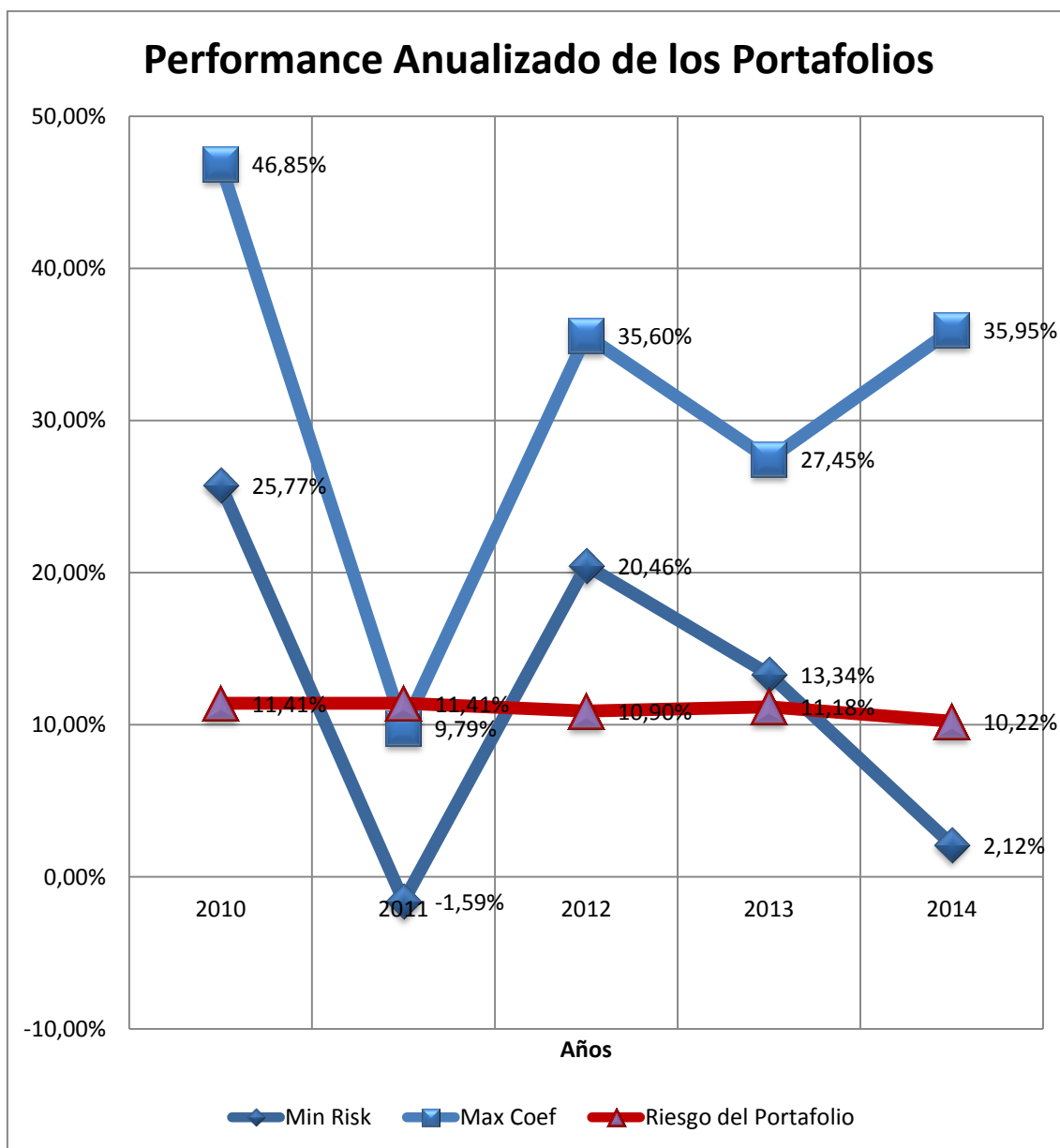
Al evaluar el funcionamiento de las rentabilidades sugeridas por cada uno de los portafolios, es evidente que al maximizar por el coeficiente de variación se obtienen mejores resultados, que al minimizar el riesgo.



En términos de rentabilidades, la configuración de activos a seleccionar es aquella que fue sometida a la restricción de maximizar el coeficiente de cambio, porque su rendimiento en términos de rentabilidad es mucho mejor y positivamente constante a lo largo del periodo a evaluar.

Ahora bien, conforme al los planteamientos teóricos propuestos en el MPT, por markowitz, el inversionista racional considera un parámetro de riesgo dada sus preferencias.

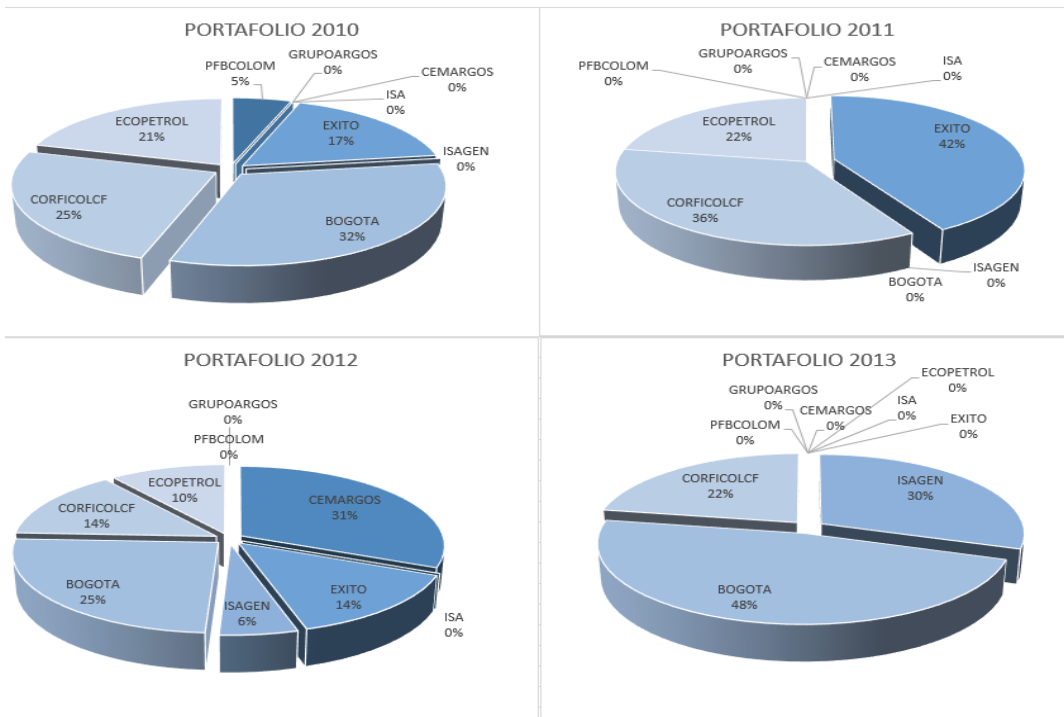
Al optimizar los portafolios y evaluar su funcionamiento asociado al riesgo de los mismos probado en los años subsiguientes este es el resultado:



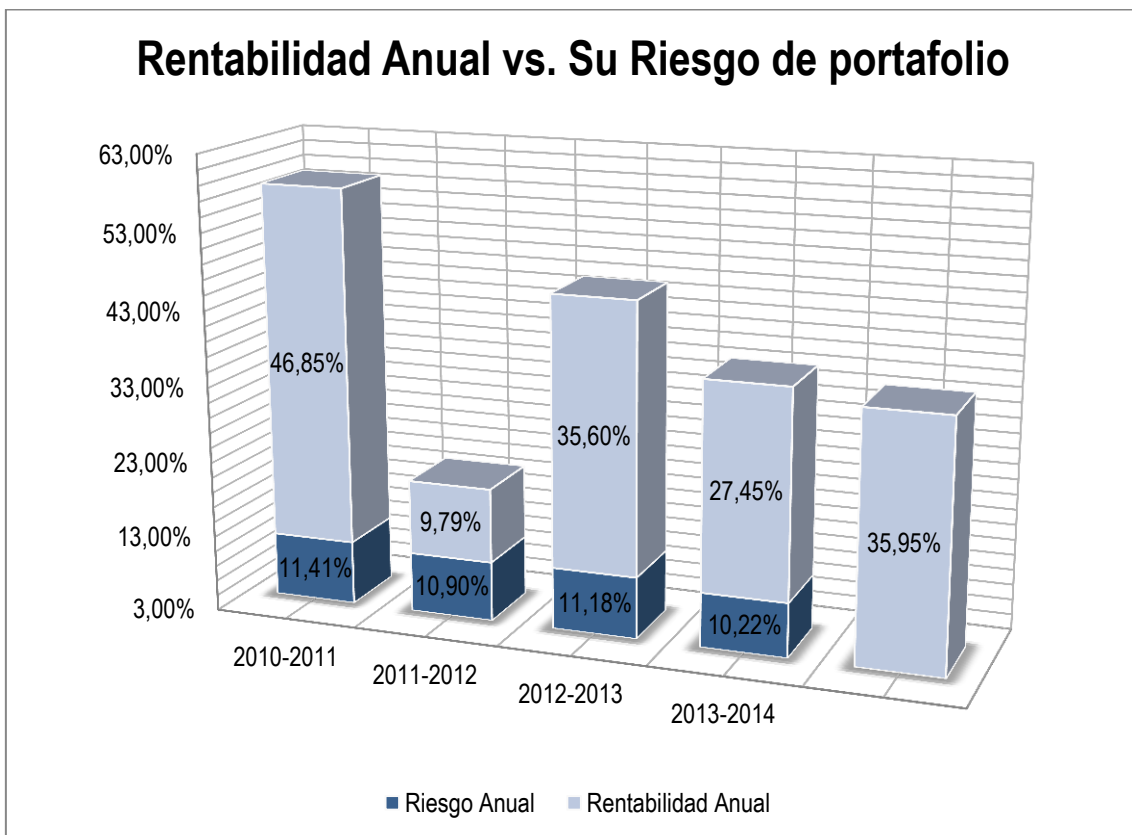
Al involucrar en la rentabilidad el factor del riesgo del portafolio es evidente con la dinámica de optimización de los portafolios, la forma en como la diversificación y composición de los mismos, logra una dinámica del riesgo estable y controlada, ofreciéndole al inversionista la mejor composición de rentabilidad posible en el escenario de evaluación actual, referente al mercado de valores Colombiano en los años 2010-2014



## 6.2. Conformación de Portafolios:



## 7. CONCLUSIONES:



### **7.1. Performance Anualizado de los Portafolios:**

De los 5 tramos optimizados y con portafolios reconfigurados tramo a tramo, del 2010 al 2014 la mejor opción para optimizar portafolios es el coeficiente de variación del portafolio, ofreciendo ampliamente el mejor trade-off entre rentabilidad y riesgo.

### **7.2. Evaluación del Riesgo asociado a los portafolios y su dinámica anual:**

Ahora bien, con el propósito de evaluar finalmente el funcionamiento de los portafolios año a año, se procede a evaluar el riesgo de los portafolios, multiplicados con la matriz de Covarianzas del año siguiente, con el propósito de evaluar el vector de funcionamiento del portafolio asociado al riesgo del mismo.

Al anualizar los resultados (multiplicándolo por 252, que son el número de días donde se registran precios en condiciones normales de mercado), es fácil corroborar el éxito del ejercicio, demostrando la excelente dinámica entre rentabilidad y riesgo del portafolio, en condiciones normales y reales de mercado.

### **7.3. Riesgo Vs. Rentabilidad**

Mejor no puede resultar el performance expuesto por el ejercicio de optimización, junto con la estrategia de rebalances anuales. Corrobora el espíritu del estudio con el cual se pretende, ofrecer una estrategia técnica robusta aplicable al mercado de valores, y sobre todo rentable y aplicable.

Supera modelos de auto-trading algo más complejos, porque los costos de transacción son mínimos (Dos puntas por acción x 9 acciones que conforman el portafolio), sin dejar de lado que con los portafolios anteriormente expuestos, hay unos que ni siquiera incorporan activos dentro de sus periodos de cambio o rebalanceo, mejorando el flujo de caja para el inversionista, por que extrae un costo asociado al agredir las puntas de compra o venta sindicadas a la incorporación de activo dentro del portafolio.

Siguiendo con la teoría de Markowitz, y asociado al mercado de renta variable Colombiano para el periodo de 2010 al 2014, el modelo de media-varianza es aplicable, lógico y arroja teorías aplicables a la realidad del mercado local de valores.

## 8. REFERENCIAS

### 8.1. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

- El mercado de valores en Colombia - Ministerio de Hacienda y Crédito Público,
- Betancourt, García, Lozano, Teoría de Markowitz con metodología EWMA para la toma de decisión sobre cómo invertir su dinero, Atlantic Review of Economics – 1st Volume - 2013
- Medina, “Aplicación a la teoría del portafolio en el mercado accionario Colombiano”, Cuadernos de economía, v. XXII, n. 39, Bogotá, 2003
- Guillermo Buenaventura Vera, “Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso Colombiano”, 24-5-2005.
- Harry Markowitz, “Portfolio Selection”, 1952
- Guillermo Buenaventura Vera, “Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso Colombiano”, 24-5-2005.
- Andrés Puerta y Henry Laniado - Diseño de estrategias óptimas para la selección de portafolios, un análisis de la ponderación inversa al riesgo (PIR), Lecturas de Economía - No. 73. Medellín, julio-diciembre 2010
- Gloria Lucía Ramírez Córdoba y Claudia Patricia Fernández Echeverri, Estructuración de portafolios de acciones en el mercado de valores de Hong Kong - Revista Soluciones de Postgrado EIA, Número 2. p. 39-55. Medellín, junio de 2008
- Juan Mascareñas, Selección de Carteras Gestión de Carteras I: Universidad Complutense de Madrid, Versión original: ene-86; Última versión: dic-12
- EUGENIO PRIETO PEREZ, Teoría de la selección de carteras Catedrático de Universidad
- Edward Zapata Pérez, Markowitz bajo una condición de Cardinalidad – Universidad del valle, facultad de ciencias de la Administración

### 8.2. BASES DE DATOS:

- Economatica

### 8.3. INTERNET:

- [https://www.activobank.com/applic/cms/jsps/activo/es/ASESORAMIENTO/AULA\\_VIRTU\\_AL/CURSOS/CONCEPTOS\\_BASICOS\\_SOBRE\\_INVERSIONES/DIVERSIFICAR\\_LA\\_INVERSION/](https://www.activobank.com/applic/cms/jsps/activo/es/ASESORAMIENTO/AULA_VIRTU_AL/CURSOS/CONCEPTOS_BASICOS_SOBRE_INVERSIONES/DIVERSIFICAR_LA_INVERSION/)
- <http://www.finanzasparatodos.es/es/consejos/paso2/importanciadiversificacion.html>
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa\\_moderna\\_del\\_portafolio](http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_moderna_del_portafolio)
- <http://support.microsoft.com/kb/82890/es>